

Lista de Exercícios # 02 - Distribuições de Probabilidade

1. Um componente sofre falhas aleatórias (taxa de falha constante) com um MTTF de 100 horas. Encontre:
 - (a) A confiabilidade para uma missão de 200 horas
 - (b) O tempo operacional atingido para um nível de confiabilidade de 90%
 - (c) A mediana do tempo de falha

2. Um sistema possui uma taxa de falha constante com $\lambda = 0.0004$ falha/h e tem estado em operação por 1000 hrs. Qual é a probabilidade deste sistema falhar nas próximas 100 hrs? E nas próximas 1000 hrs subsequentes?

3. Um fabricante usa a distribuição Exponencial para modelar o “número de ciclos até falhar” de seus produtos. Neste caso, a v.a. T representa o número de ciclos até ocorrer uma falha. Supondo uma taxa de falha $\lambda = 0.003$ falha/ciclo, determine:
 - (a) O número médio de ciclos até a falha deste produto
 - (b) Se um componente opera sem falhas por 300 ciclos, qual é a probabilidade que este componente venha a falhar depois de 500 ciclos?

4. O tempo de falha de um switch segue uma distribuição de Weibull com $\alpha = 10$ anos e $\beta = 0.5$. Determine:
 - (a) Probabilidade de falha depois de 1 ano de operação
 - (b) Probabilidade de falha após 10 anos de operação
 - (c) MTTF

5. Para um sistema possuindo uma distribuição de Weibull para o tempo de falha com parâmetro de forma de 1.4 e parâmetro de escala de 550 dias, encontre:
 - (a) $R(100 \text{ dias})$
 - (b) MTTF
 - (c) O desvio padrão
 - (d) t_{med}
 - (e) t_{mod}
 - (f) O tempo operacional alcançado para uma confiabilidade de 0.9

6. A lâmina de uma turbina tem apresentado um tempo de falha que segue uma distribuição de Weibull caracterizada por uma taxa de falha decrescente com $\beta = 0.6$ e $\alpha = 800$ hrs.
- Encontre a confiabilidade para uma missão de 100 hrs
 - Se este tipo de lâmina é submetido a um período de “burn-in” de 200 hrs, qual é a confiabilidade para uma missão de 100 hrs?
7. O tempo de falha em horas de operação de um gerador possui uma taxa de falha dada por $h(t) = 0.003(t / 500)^{0.5}$; $t \geq 0$.
- Qual é a confiabilidade deste gerador se o mesmo deve operar continuamente por 50 hrs?
 - Determine o MTTF
 - Se o gerador tem operado por 50 hrs, qual é a probabilidade que o mesmo sofrerá uma falha nas próximas 50 hrs?
8. O rotor de uma bomba está sujeito a desgaste o qual é considerado que pode ser caracterizado por uma distribuição Normal com 90% das falhas ocorrendo entre 200 e 270 horas de uso, ou seja, 5% abaixo de 200 hrs e 5% acima de 270 hrs.
- Encontre o MTTF e o desvio padrão para o tempo de falha
 - Qual é a confiabilidade se este componente deve ser usado por 210 horas e depois substituído?
 - Determine o tempo operacional atingido se não mais do que 1% de probabilidade de falha antes da substituição do mesmo é tolerada
 - Encontre a confiabilidade para 10 hrs de uso se este rotor tem estado em operação por 200 hrs
9. O tempo médio de vida de um pequeno motor elétrico é 10 anos, com um desvio padrão de 2 anos. O fabricante deste equipamento substitui sem custos para os clientes todos os motores que falharem dentro do período de garantia. Se o fabricante está disposto a trocar somente 3% de todos os motores que vierem a falhar, qual o período de garantia que deve ser oferecido aos clientes deste motor? Considere que o tempo de falha destes motores elétricos segue a distribuição Normal.

10. Após um período de “burn-in”, o tempo de operação de uma válvula mecânica é considerado seguir uma distribuição Lognormal com $MTTF = 2432$ hrs e $\sigma = 1040$ hrs (média e desvio padrão do tempo operacional).
- Determine o tempo operacional se as especificações requerem uma confiabilidade de 98%
 - O componente é para ser utilizado um sistema de bombeamento o qual irá requerer 5 semanas de uso contínuo. Qual é a probabilidade de falha deste sistema devido apenas a válvula?
11. Um medidor de pressão tem sido observado a possuir tempo de falha distribuído de acordo com uma distribuição de Weibull com parâmetro de forma igual a 2.1 e vida característica de 12000 hrs. Calcule:
- $R(5000 \text{ hrs})$
 - MTTF e o desvio padrão
 - A mediana e a moda do tempo de falha
 - A probabilidade de falha durante o primeiro ano de operação continuada deste medidor
12. A distribuição de Rayleigh (caso especial da distribuição de Weibull) possui a seguinte função de densidade de probabilidade (PDF):

$$f(t) = \frac{2t}{\alpha^2} \exp\left[-\frac{t^2}{\alpha^2}\right]; t \geq 0; \alpha > 0$$

- Determine a taxa de falha $h(t)$ para esta distribuição
- Encontre a função de confiabilidade $R(t)$
- Determine o MTTF. Note que $\int_0^{\infty} \exp[-ax^2] dx = (1/2)\sqrt{\pi/a}$
- Para qual porção da curva da banheira é a distribuição de Rayleigh apropriada?